

绝密★启用前

2022 年普通高等学校招生全国统一考试押题卷

理科数学

(考试时间:120 分钟;试卷满分:150 分)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, 集合 $N = \{x | |x - 1| \geq 2\}$, 则 $M \cup N =$ ()
A. \emptyset B. $\{-1, 3\}$ C. M D. \mathbf{R}
2. 某农科所为了考察一种化肥的施肥量 x (千克) 对小麦产量 y (千克) 的影响, 在 4 块大小及条件相同的试验田进行了试验, 得到数据如下表所示:

x	10	20	30	40
y	380	420	a	430

若根据表中数据得出 y 关于 x 的回归直线方程为 $\hat{y} = 1.4x + 375$, 则下列说法错误的是 ()

- A. 施肥量 x 与小麦产量 y 之间呈正相关关系
- B. 当施肥 15 千克时, 小麦产量约为 396 千克
- C. 回归直线必过点 $(25, 410)$
- D. $a = 425$

3. 复数 $z = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$ 是 $z \cdot \bar{z} = 1$ 成立的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

微信订阅号: 学习塾
全部都上岸吖微信订阅号: 学习塾
全部都上岸吖

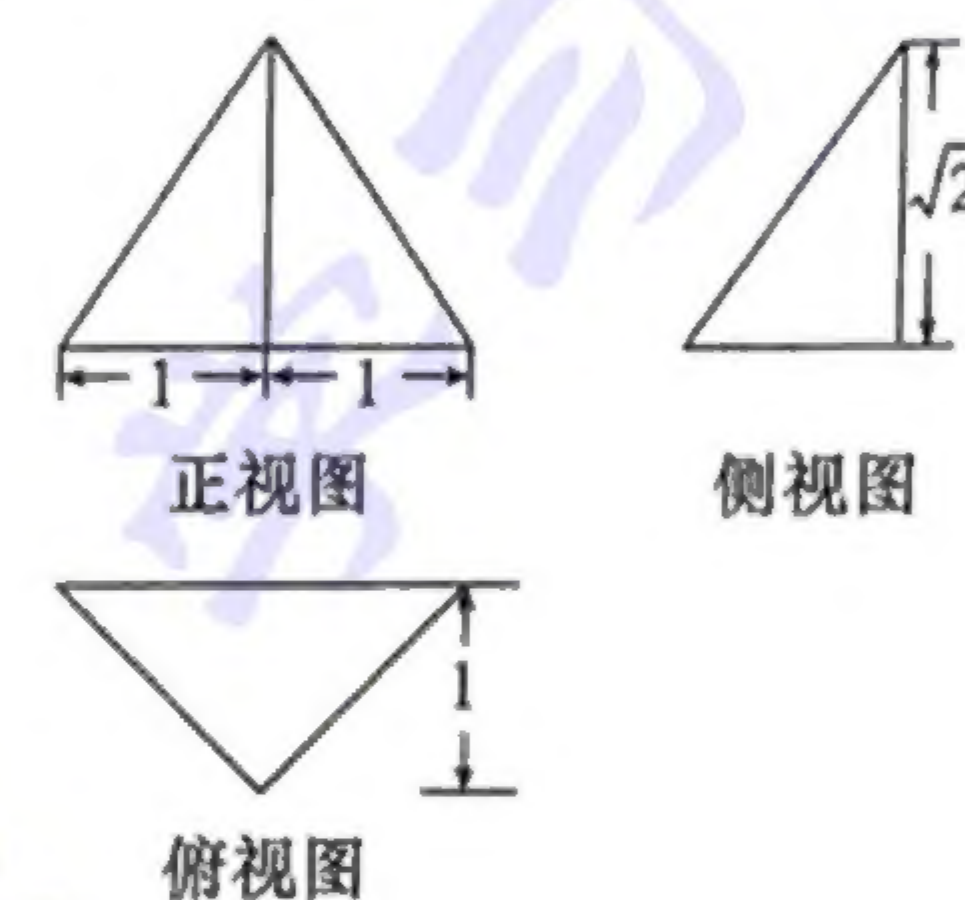
4. 2021 年诺贝尔物理学奖揭晓, 获奖科学家真锅淑郎 (Syukuro Manabe) 和克劳斯·哈塞尔曼 (Klaus Hasselmann) 的杰出贡献之一是建立了地球气候物理模型, 该模型能够可靠地预测全球变暖情况. 研究表明大气中二氧化碳的含量对地表温度有明显的影响: 当大气中二氧化碳的含量每增加 25%, 地球平均温度就要上升 0.5°C . 若到 2050 年, 预测大气中二氧化碳的含量是目前的 4 倍, 则地球平均温度将上升约 (参考数据: $\lg 2 \approx 0.3010$) ()

- A. 1°C B. 2°C C. 3°C D. 4°C

5. 已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的左、右焦点, 点 P 是椭圆上一点, 且 $\angle F_1 P F_2 = \frac{3\pi}{4}$, 则 $\tan \angle P F_1 F_2 =$ ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

6. 已知某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的四个面中, 面积最大值为

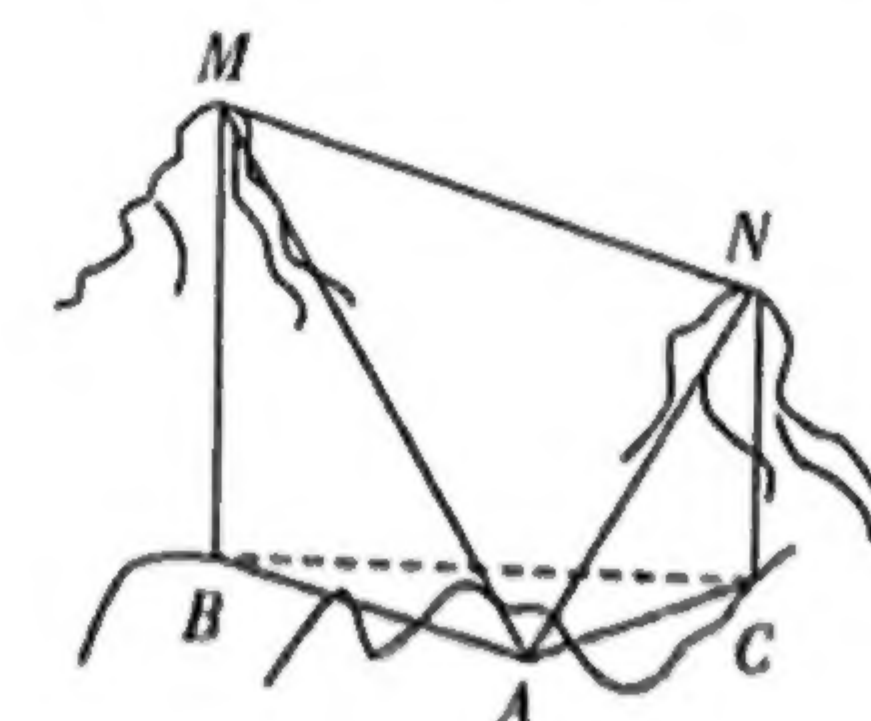


- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

7. 已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 首项 $a_1 = 3$, 前 n 项和为 S_n , 且 a_1, a_4, a_{13} 成等比数列, 则使不等式 $S_n - 2a_n + 1 > 0$ 成立的正整数 n 的最小值为

- A. 2 B. 3 C. 1 或 3 D. 2 或 3

8. 新农村建设是党在新时期提出的一项重大战略部署. 如图所示, 某丘陵地带的新农村建设中, 需要在两座山的山顶 M, N 之间架设一条 220 千伏高压电线 (M, N 在地平面的投影分别为 B, C). 为了测量 M, N 之间的距离, 在山脚下的地平面上选择 A 点为测量观测点, 从 A 点测得 M 点的仰角 $\angle MAB = 60^\circ$, N 点的仰角 $\angle NAC = 45^\circ$, 以及 M, N 两点的张角 $\angle MAN = 75^\circ$, 近似测量出 $AB = 150$ 米, $AC = 100$ 米, 则估算 MN 的长度最接近 (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$) ()



- A. 290 米 B. 295 米 C. 300 米 D. 305 米

微信订阅号: 学习塾

全部都上岸吖

9. 若 $\tan \alpha = \sqrt{2}$, 则 $\cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 第 24 届冬季奥林匹克运动会于 2022 年 2 月 4 日—20 日在我国举行, 国家发行了纪念币纪念

这一世界性的体育历史盛事. 有一种 5 元的银质纪念币, 其背面圆形图案大致可分成 5 个区域,

如图所示. 现用红色、黄色、蓝色、绿色 4 种不同颜色给 5 个区域 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 着色, 要求相

邻区域不同色. 若在所有的着色方案中任抽一种, 则抽到区域 A_1, A_4 同色的概率为 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{10}$

11. 已知三棱锥 $P-ABC$ 内接于球 O , $PB \perp$ 平面 ABC , $AB=2$, $AC=\sqrt{3}$, $\angle BAC=150^\circ$. 若球 O 的表面积为 56π , 则三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 其导数 $f'(x)$ 存在, 且 $f(-x) = e^{2x}f(x)$. 若当 $x < 0$ 时, $f'(x) + f(x) < 0$, 则下列不等式恒成立的是 ()

- A. $f(1) < ef(0)$ B. $f(-1) < e^2f(1)$
C. $f(-2) > e^3f(1)$ D. $f(-2) < e^2f(1)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 曲线 $f(x) = \frac{x+3}{(x+1)^2}$ 在点 $(-2, 1)$ 处的切线方程为_____.

微信订阅号: 学习塾

14. 已知向量 a, b 是单位向量, $c = 2a + kb$. 若 $a \perp b$, a 与 c 的夹角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$, 则 $k =$ _____.

理科数学试题 第 3 页(共 8 页)

() 全部都上岸吖

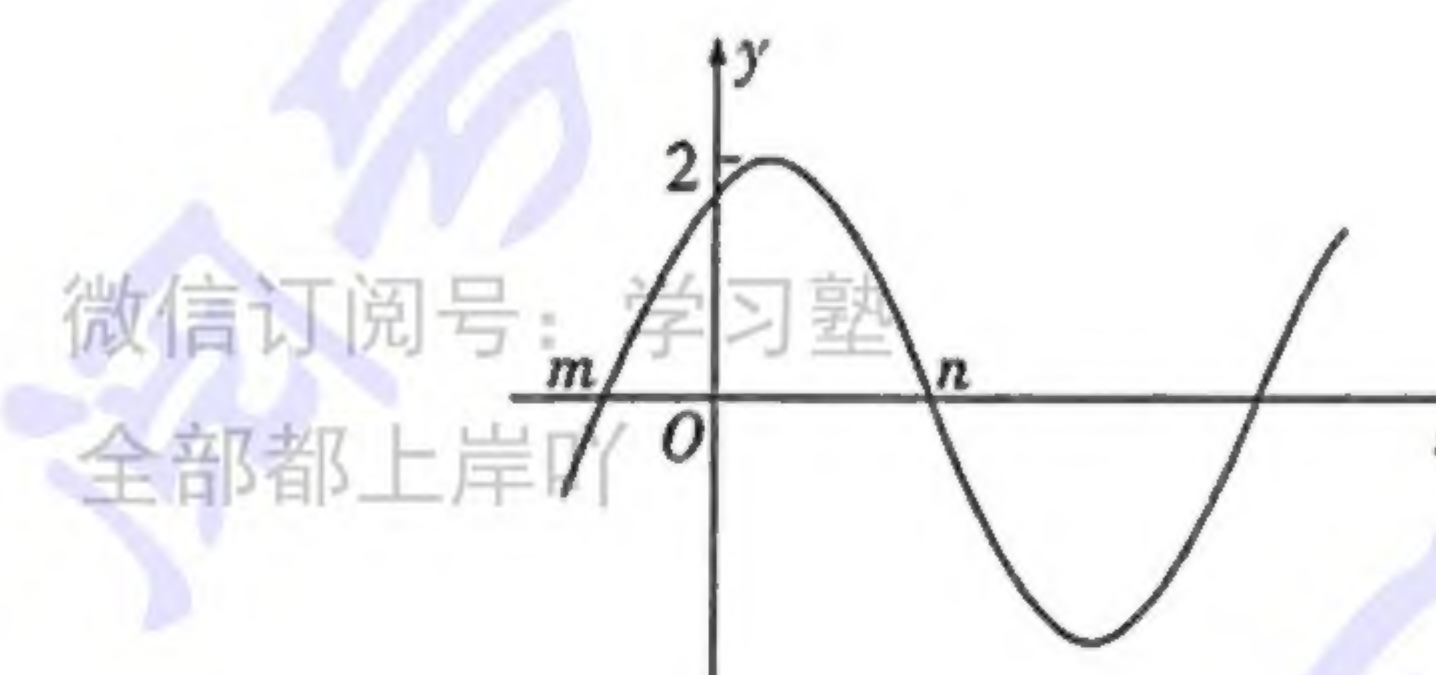
15. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过焦点 F_2 的直线交双曲线 C

的右支于 A, B 两点(点 A 在第一象限), 且 $5|AF_1| = 3|AB|$, $4|AF_2| = |F_2B|$, 则双曲线 C 的渐近线方程为_____.

16. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, m, n 是 $f(x)$ 的两个相邻

零点, $|m - n| = \pi$, 且对任意 $x_1, x_2 \in [m, n] (x_1 \neq x_2)$, 若 $f(x_1) = f(x_2)$, 恒有 $f(x_1 + x_2) = \sqrt{2}$ 成

立, 则当 $x \in [0, 2\pi]$ 时, 所有满足不等式 $|f(x)| > 1$ 的正整数解 x 的和为_____.



三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一)

17. (12 分) 中小学全面落实“双减”政策的措施之一是推行放学后托管服务、初中晚自习服务以及配套就餐服务等课后服务. 某教育集团义务教育学生共有 20 000 人, 其中初中学段有 8 000 人, 小学学段有 12 000 人. 为调查该教育集团学生每天平均课后服务时间(单位: 小时)的情况, 利用分层抽样采集了 300 名学生的样本数据, 并统计成表如下:

每天平均课后服务时间分组统计表

每天平均课后服务时间	[0, 2)	[2, 4)	[4, 6)	[6, 8]
人数	25	50	100	125

(1) 设 m, n 表示在每天平均课后服务时间为 $[0, 2) \cup [4, 6)$ 中任抽两名学生的每天平均课后服务时间, 求事件 “ $|m - n| > 2$ ” 的概率;

(2) 在样本数据中, 有 80 名初中学段的学生每天平均课后服务时间不少于 4 小时, 试写出每天平均课后服务时间(是否少于 4 小时)与学段的 2×2 列联表, 并判断是否有 99% 的把握认为

为该教育集团的每天平均课后服务时间与学段有关?

理科数学试题 第 4 页(共 8 页)

附：

$P(\chi^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}.$$

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

18. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足: $S_n = -a_n a_{n+1} - \frac{1}{2}, a_1 = \frac{1}{2}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 $b_n = -S_{2n} - \frac{n}{2}$, 数列 $\{\frac{1}{b_n}\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n < 2$.

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

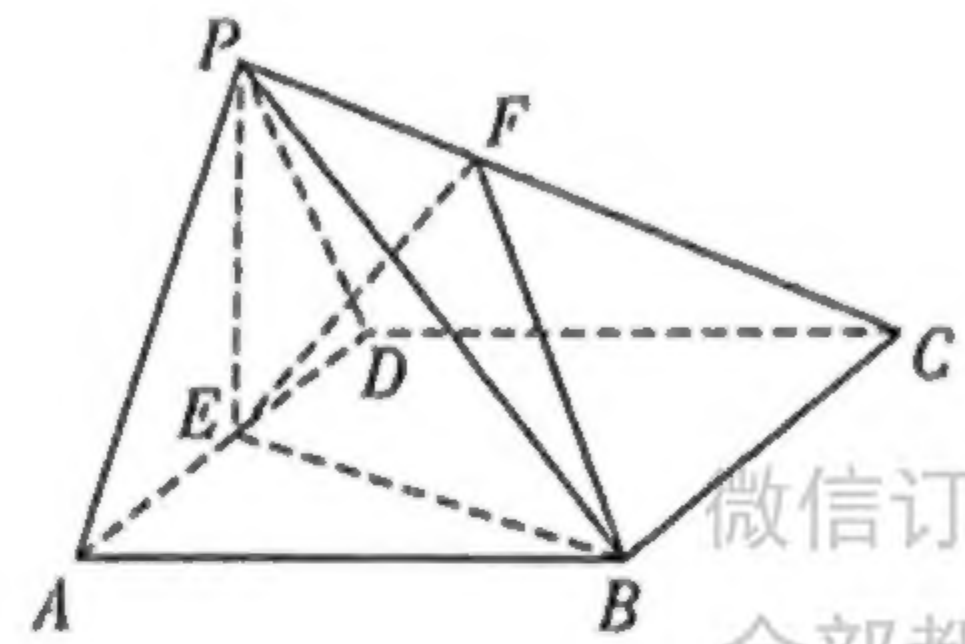
全部都上岸吖

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

19. (12 分) 如图所示, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 1 的菱形, $\angle BCD = 60^\circ$, E 为 AD 的中点, $PE \perp$ 平面 $ABCD$, F 为 PC 上的一点, 且 $\overrightarrow{PF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{FC}$.

(1) 证明: $PA \parallel$ 平面 BEF ;

(2) 若二面角 $P-BE-F$ 的平面角为 30° , 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.



订阅号：学习塾

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

20. (12 分) 已知抛物线 $C_1: x^2 = 2py (p > 0)$, 圆 $C_2: x^2 + y^2 = 1$, 抛物线 C_1 与圆 C_2 交点的纵坐标为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 点 M 为抛物线 C_1 上一点, 过点 M 且与该点切线垂直的直线 l 交抛物线 C_1 于另一点 N ,

此时 $|MNI|$ 取最小值.

(1) 求抛物线 C_1 的方程;

(2) 证明: 直线 l 与圆 C_2 相交(记交点为 A, B), 且 $\sqrt{\frac{|MNI|}{|AB|}}$ 为有理数.

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

订阅号：学习塾
全部都上岸吖

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = ax + xe^{x-1} (a > 0)$.

(1) 当 $a = e - 2$ 时, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线 l 与 x, y 轴分别交于点 A, B , 点 C 是曲

线 $y = \ln x$ 上到直线 l 距离最近的一点, 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 若对任意 $x \in (0, +\infty)$, 恒有 $f(x) > e^{x-1} \ln(ax) + 2e^{x-1}$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

23.
微信订阅号: 学习塾
全部都上岸吖

已知函数 $f(x) = |x - a| - |2x + 1| (a \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 解不等式 $f(x) < 1$;

(2) 若 $2f(x) + 2|2x + 1| + x > 2a^2 - 3$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

(二)

22.

微信订阅号: 学习塾
全部都上岸吖

以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 已知圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2 + 4\rho \cos \theta +$

$2 = 0$, 直线 l 过点 $M(2, 0)$, 倾斜角为 $\frac{3\pi}{4}$.

(1) 求圆 C 的直角坐标方程与直线 l 的参数方程;

(2) 将直线 l 向左平移 3 个单位长度, 所得直线 l_1 与 x 轴交于 N 点, 与圆 C 交于 A, B 两点, 求

$|NA| + |NB|$.

微信订阅号: 学习塾
全部都上岸吖

微信订阅号: 学习塾
全部都上岸吖

微信订阅号: 学习塾
全部都上岸吖

微信订阅号: 学习塾
全部都上岸吖

微信订阅号: 学习塾
全部都上岸吖

微信订阅号: 学习塾
全部都上岸吖